

AHP层次分析法算法

目录

SPSSAU操作.....	1
SPSSAU数据格式.....	2
和积法.....	3
1. 构建判断矩阵.....	3
2. 计算权重向量.....	3
3. 一致性检验.....	3
方根法.....	4
1. 判断矩阵.....	4
2. 权重向量.....	4
3. 一致性检验.....	4
参考文献.....	5

AHP（Analytic Hierarchy Process，层次分析法）通常用于专家打分后的权重计算，其算法包括两种，分别是和积法和方根法，SPSSAU均有提供，SPSSAU默认为和积法。其位于SPSSAU-» 综合评价-» AHP层次分析。

SPSSAU 操作

粘贴数据

计算方法 和积法(默认) v

判断矩阵阶数 和积法(默认)
方根法 

选择判断矩阵阶数，填写白色单元格后，点击开始分析即可

	指标1	指标2	指标3
指标1	1	1	1
指标2	1	1	1
指标3	1	1	1

开始分析

SPSSAU 提供两种数据录入方式，第 1 种是直接手工录入，第 2 种是粘贴数据（判断矩阵）；上图为录入数据格式时候的操作。研究人员可修改指标项名称，以及白色单元格内的数字即可。判断矩阵是‘下三角’完全对称矩阵，因此‘白色’底纹处的信息变化时，‘蓝色’背景的信息会自动变化。

粘贴数据

计算方法 和积法(默认) ▾

粘贴 (Ctrl+V) 数据 (或修改) 后, 点击“开始分析”即可 🔗 清空

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	指标1	指标2	指标3								
2	1	1	1								
3	1	1	1								
4	1	1	1								
5											
6											
7											
8											
9											
10											

开始分析

上图为粘贴数据时候的操作。

SPSSAU 数据格式

选择判断矩阵阶数, 填写白色单元格后, 点击开始分析即可

	指标1	指标2	指标3	指标4
指标1	1	1	1	1
指标2	1	1	1	1
指标3	1	1	1	1
指标4	1	1	1	1

AHP 层次分析法的数据格式（即判断矩阵）最为特殊，如上图，研究人员可修改指标项名称，以及白色单元格内的数字即可。判断矩阵是‘下三角’完全对称矩阵，因此‘白色’底纹处的信息变化时，‘蓝色’背景的信息会自动变化。与此同时，研究人员可选择‘粘贴数据’直接粘贴判断矩阵，然后进行分析。

和积法

和积法的计算步骤和公式如下：

1. 构建判断矩阵

专家根据标度对各评价指标进行两两比较,构建 $n * n$ 阶判断矩阵 A :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \frac{1}{a_{12}} & 1 & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{a_{1n}} & \frac{1}{a_{2n}} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

其中 a_{ij} 表示元素 i 相对元素 j 的重要性评分。

2. 计算权重向量

(1) 对每一列进行归一化:

$$a_{ij}' = \frac{a_{ij}}{\sum_{i=1}^n a_{ij}}$$

(2) 计算每一行的平均值作为权重:

$$w_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_{ij}'$$

3. 一致性检验

(1) 计算一致性指标

$$\lambda_{max} = \frac{\sum(Aw)_i}{nw_i}$$

其中 A 是判断矩阵， w 是权重， n 是矩阵阶数。

$$CI = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1}$$

其中 λ_{max} 是判断矩阵的最大特征值。

(2) 计算一致性比率

计算随机一致性指标 RI ，其数据如下表格

随机一致性 RI 表格

n 阶	3	4	5	6	7	8	9
RI 值	0.52	0.89	1.12	1.26	1.36	1.41	1.46
n 阶	10	11	12	13	14	15	16

RI 值	1.49	1.52	1.54	1.56	1.58	1.59	1.5943
n 阶	17	18	19	20	21	22	23
RI 值	1.6064	1.6133	1.6207	1.6292	1.6358	1.6403	1.6462
n 阶	24	25	26	27	28	29	30
RI 值	1.6497	1.6556	1.6587	1.6631	1.667	1.6693	1.6724
n 阶	31	32	33	34	35	36	37
RI 值	1.6755	1.6773	1.68	1.6828	1.6837	1.6864	1.6883
n 阶	38	39	40	41	42	43	44
RI 值	1.6903	1.6921	1.6929	1.6947	1.6958	1.6985	1.6991
n 阶	45	46	47	48	49	50	51
RI 值	1.7006	1.7015	1.7023	1.7045	1.7056	1.7065	1.7066
n 阶	52	53	54	55	56	57	58
RI 值	1.7071	1.709	1.71	1.7109	1.7113	1.7123	1.7127

计算一致性比例 CR : $CR = \frac{CI}{RI}$

当 $CR < 0.1$ 时, 判断为一致性可接受。

方根法

1. 判断矩阵

专家根据标度对各评价指标进行两两比较, 构建 $n * n$ 阶判断矩阵 A :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ \frac{1}{a_{12}} & 1 & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \frac{1}{a_{13}} & \frac{1}{a_{23}} & 1 & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{a_{1n}} & \frac{1}{a_{2n}} & \frac{1}{a_{3n}} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

其中 a_{ij} 表示元素 i 相对元素 j 的重要性评分。

2. 权重向量

通过计算判断矩阵的特征值和特征向量来得到权重向量 W 。特征向量可以通过以下公式计算:

$$AW = \lambda_{\max} W$$

其中 λ_{\max} 是矩阵 A 的最大特征值。

3. 一致性检验

计算一致性指标 CI : $CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$

计算随机一致性指标 RI , 其数据如下表格

随机一致性 RI 表格

n 阶	3	4	5	6	7	8	9
RI 值	0.52	0.89	1.12	1.26	1.36	1.41	1.46
n 阶	10	11	12	13	14	15	16
RI 值	1.49	1.52	1.54	1.56	1.58	1.59	1.5943
n 阶	17	18	19	20	21	22	23
RI 值	1.6064	1.6133	1.6207	1.6292	1.6358	1.6403	1.6462
n 阶	24	25	26	27	28	29	30
RI 值	1.6497	1.6556	1.6587	1.6631	1.667	1.6693	1.6724
n 阶	31	32	33	34	35	36	37
RI 值	1.6755	1.6773	1.68	1.6828	1.6837	1.6864	1.6883
n 阶	38	39	40	41	42	43	44
RI 值	1.6903	1.6921	1.6929	1.6947	1.6958	1.6985	1.6991
n 阶	45	46	47	48	49	50	51
RI 值	1.7006	1.7015	1.7023	1.7045	1.7056	1.7065	1.7066
n 阶	52	53	54	55	56	57	58
RI 值	1.7071	1.709	1.71	1.7109	1.7113	1.7123	1.7127

计算一致性比例 CR : $CR = \frac{CI}{RI}$

当 $CR < 0.1$ 时, 判断为一致性可接受。

参考文献

- 【1】 The SPSSAU project (2024). SPSSAU. (Version 24.0) [Online Application Software]. Retrieved from <https://www.spssau.com>.
- 【2】 周俊, 马世澎. SPSSAU 科研数据分析方法与应用. 第 1 版[M]. 电子工业出版社, 2024.
- 【3】 洪志国, 李焱, 范植华, et al. Calculation on High-ranked R I of Analytic Hierarchy Process%层次分析法中高阶平均随机一致性指标(RI)的计算[J]. 计算机工程与应用, 038(12):45-47, 150.
- 【4】 谭跃进. 定量分析方法[M]. 北京: 中国人民大学出版社. 2012.