

验证性因子分析算法

目录

SPSSAU 数据格式.....	3
计算公式.....	3
1. 基本说明.....	3
2. AVE 和 CR.....	3
3. MSV 和 ASV.....	4
4. HTMT.....	4
5. 关于二阶模型.....	5
6. 模型拟合指标.....	5
7. 其它.....	6
参考文献.....	6

验证性因子分析用于量表数据的效度验证，包括聚合效度和区分效度等。在 SPSSAU 中支持：

- ✓ 设置 MI 指标输出；
- ✓ 设置二阶测量关系；
- ✓ 设置测量项之间的协方差关系；
- ✓ 支持输出丰富的聚合效度、区分效度指标等。

spssau.com

开始分析
MI指标 ▼ ? 💡

Factor1(量表题)

Factor2(量表题)

Factor3(量表题)

Factor4(量表题)

Factor5(量表题)

Factor6(量表题)

Factor7(量表题)

Factor8(量表题)

Factor9(量表题)

Factor10(量表题)

Factor11(量表题)

**因子名称【可选】**

Factor1	Factor2
Factor3	Factor4
Factor5	Factor6
Factor7	Factor8
Factor9	Factor10
Factor11	Factor12

二阶模型

**测量项协方差关系【结合MI指标设置】**

<b>第1项</b>	↔	<b>第2项</b>
请选择 <span style="font-size: 0.8em;">▼</span>		请选择 <span style="font-size: 0.8em;">▼</span> + -

SPSSAU 进行验证性因子分析时，涉及下述参数：

- ✓ MI 指标：默认不输出 MI 指标，可选为按照比如 MI>50（或者 20、10、5 或 3）输出 MI 指标；
- ✓ 因子名称：可设置各个 Factor 的实际意义名称，默认即为 Factor1、Factor2 等；
- ✓ 二阶模型：当选中该项时则为二阶模型（除开 2 个 factor 这种特殊情况时），与此同时，可设置二阶项的名称（默认是 Scale）；
- ✓ 测量项协方差关系：通常结合输出的 MI 指标，设置各测量项之间的协方差关系，可增加或删除关系。

## SPSSAU 数据格式

Factor1_Item1	Factor1_Item2	Factor1_Item3	Factor2_Item1	Factor2_Item2	Factor2_Item3	Factor2_Item4
3	4	1	3	1	1	1
5	2	4	4	5	2	5
3	2	1	4	2	1	5
1	5	1	4	3	3	1
2	2	1	3	5	1	1
4	3	1	3	5	4	2
5	3	5	2	5	2	5
3	2	4	1	3	5	4
2	2	5	1	3	2	1
2	5	2	5	1	3	1

比如上图中共 2 个 factor，第 1 个 Factor 由 3 项表示，第 2 个 factor 由 4 项表示，分析时：分别将前 3 项放入第 1 个 factor 框中，将接着另外 4 项放入第 2 个 factor 框中。

## 计算公式

## 1. 基本说明

验证性因子分析时，其涉及两项内容，分别是操作和输出结果。

操作上：比如有 5 个 factor，每个 factor 对应着一些测量项，分别将同一个 factor 涉及的测量项全部放入一个因子框中，可对各个 factor 的名称进行设置，与此同时，还可结合输出 MI 指标进行判断并且手工设置测量项之间的协方差关系情况，用于模型修正等。如果模型为二阶结构，此时选中‘二阶模型’即可，默认二阶的名称为‘Scale’，可对其进行名称设置。

输出结果：验证性因子分析主要是针对量表的效度（包括聚合效度和区分效度）进行分析，SPSSAU 中输出各类丰富指标，包括：因子载荷系数、AVE 和 CR 指标、Pearson 相关和 AVE 平方根值、HTMT 指标、MSV 和 ASV 指标。以及输出模型拟合优度指标等可用于共同方差偏差（Common Method Variance）的验证等。

SPSSAU 借助 Python 中 semopy 包实现，可参考链接：

<https://semopy.readthedocs.io>。

## 2. AVE 和 CR

$$AVE = \frac{\sum_{i=1}^n \lambda_i^2}{n}$$

$$CR = \frac{(\sum_{i=1}^n \lambda_i)^2}{(\sum_{i=1}^n \lambda_i)^2 + (\sum_{i=1}^n \delta_i)}$$

其中：

$n$ ：测量项个数

$\lambda$ ：标准化因子载荷系数值

$\delta$ : 残差值

提示: 区分效度时, SPSSAU 默认是将某因子的各测量项取平均值, 然后计算 Pearson 相关系数

### 3. MSV 和 ASV

MSV 表示因子与其他因子之间共享的最大平方方差, ASV 表示因子与其他因子之间共享的平均平方方差:

$$\begin{aligned} \text{MSV} &= \max(\text{Est.Std}_{ij}^2) \\ \text{ASV} &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \text{Est.Std}_{ij}^2 \end{aligned}$$

其中:

Est.Std<sub>ij</sub>: 因子*i*与因子*j*之间的协方差估计值, 此处因子*j*指: 可与因子*i*产生协方差关系的其余因子

*n*: 与因子*i*相关的其他因子产生协方差关系的个数

### 4. HTMT

✓ **Step 1: 计算某 factor 内两两项相关系数值的平均值**

假定 factor1 对应有 *m* 项, factor2 对应有 *n* 项,

首先针对 factor1 的 *m* 项, 计算其两两相关系数的平均值, 记为 avg\_factor1\_pearson:

$$\text{avg\_factor1\_pearson} = \frac{1}{C_m^{(2)}} \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m \text{Corr}(X_i, X_j)$$

针对 factor2 的 *n* 项, 计算其两两相关系数的平均值, 记为 avg\_factor2\_pearson:

$$\text{avg\_factor2\_pearson} = \frac{1}{C_n^{(2)}} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \text{Corr}(Y_i, Y_j)$$

其中:

Corr(*Y<sub>i</sub>*, *Y<sub>j</sub>*) 是 FACTOR2 中第*i*项与第*j*项之间的相关系数

$C_m^{(2)}$ 和 $C_n^{(2)}$ 表示数学组合

✓ **Step 2: 计算两个 factor 各项相关系数值的平均值**

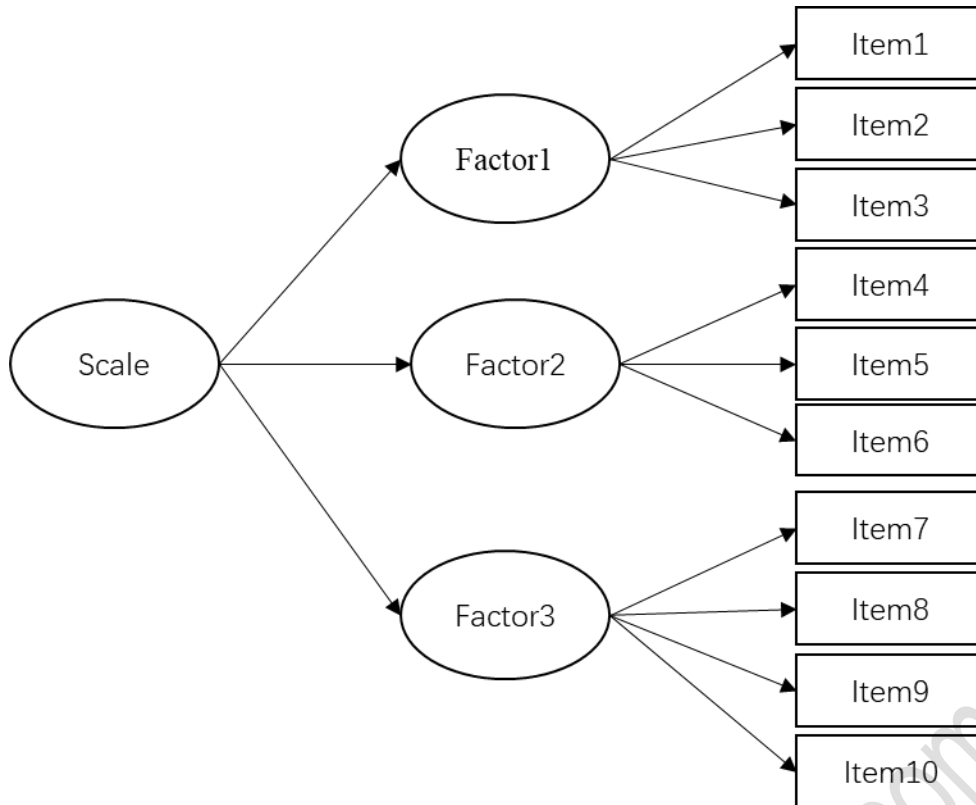
计算 FACTOR1 的 *m* 项与 FACTOR2 的 *n* 项之间的相关系数:

$$\text{avg\_factors\_pearson} = \frac{1}{m \times n} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \text{Corr}(X_i, Y_j)$$

✓ **Step 3: 计算 HTMT 值**

$$\text{HTMT} = \frac{\text{avg\_factors\_pearson}}{\sqrt{\text{avg\_factor1\_pearson} \times \text{avg\_factor2\_pearson}}}$$

## 5. 关于二阶模型



类似上图时，每个 Factor 对应多个 Items，并且 3 个 Factor 同隶属于 1 个 Scale，此种情况称为‘二阶模型’即 Scale。

## 6. 模型拟合指标

验证性因子分析时，其对模型拟合效果关注较少，并且其涉及很多指标如下：

常用指标	$\chi^2$	$df$	$p$	$\chi^2/df$	GFI	RMSEA	RMR	CFI	NFI	NNFI
判断标准	-	-	>0.05	<3	>0.9	<0.10	<0.05	>0.9	>0.9	>0.9
其它指标	TLI	AGFI	IFI	PGFI	PNFI	PCFI	SRMR			
判断标准	>0.9	>0.9	>0.9	>0.5	>0.5	>0.5	<0.1			

通常情况下，仅需要关注关键指标即可，比如 RMSEA、CFI、GFI 指标等，与此同时，不同的文献描述的判断标准并不相同，具体应该以文献为准。另外，样本量也会影响到指标，比如样本量越大时  $\chi^2/df$  这个指标通常会越大，建议研究者应以实际研究为准。当模型拟合指标出现较多不达标时，可考虑让 SPSSAU 输出 MI 指标，并且结合 MI 指标建立‘协方差关系’，实现模型的优化和调整。

## 7. 其它

- ✓ SPSSAU 中进行模型拟合时，默认使用极大似然 ML 法；
- ✓ 因子对应多个测量项时（或者二阶测量结构时），默认第 1 项作为参照项；
- ✓ SPSSAU 输出模型图时，图中并没有提供‘残差项’，但在输出结果表格中有提供，研究者如果需要可自行在 PPT 中手工绘图模型图。

## 参考文献

【1】 The SPSSAU project (2024). SPSSAU. (Version 24.0) [Online Application Software]. Retrieved from <https://www.spssau.com>.

【2】 semopy: A Python package for Structural Equation Modeling (Version 0.5.0). Available at: <https://semopy.readthedocs.io>.

【3】 Hair, J. F., Hult, G. T. M., Ringle, C. M., & Sarstedt, M. (2017). A Primer on Partial Least Squares Structural Equation Modeling (PLS-SEM) (2 ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.

【4】 周俊,马世澎. SPSSAU 科研数据分析方法与应用.第 1 版[M]. 电子工业出版社,2024.