

模糊层次法 FAHP 算法

目录

SPSSAU 操作.....1

SPSSAU 数据格式2

算法.....2

 1. 模糊判断矩阵2

 2. 数据标度2

 3. 权重计算.....2

 4. 一致性检验.....2

参考文献.....3

模糊层次分析法 FAHP (Fuzzy Analytic Hierarchy Process)，其是在传统层次分析法(AHP)的基础上，结合模糊集理论发展而来的一种多准则决策方法。其位于 SPSSAU-» 综合评价-» 模糊层次法 FAHP。

SPSSAU 操作

请输入或者粘贴模型互补矩阵，其主对角线为0.5，且对称角两个元素之和需要为1。
 粘贴 (Ctrl+V) 数据 (或修改) 后，点击“开始分析”即可

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	指标1	指标2	指标3	指标4							
2	0.5	0.7	0.6	0.7							
3	0.3	0.5	0.6	0.6							
4	0.4	0.4	0.5	0.6							
5	0.3	0.4	0.4	0.5							
6											
7											
8											
9											
10											

将互补矩阵粘贴或者编辑后，点击‘开始分析’即可。

SPSSAU 数据格式

关于 FAHP 的数据格式，具体见下述。

算法

1. 模糊判断矩阵

模糊层次分析中,作因素间的两两比较判断时,采用一个因素比另一个因素的重要程度定量表示,则得到的模糊判断矩阵 $A=(a_{ij})_{n \times n}$,即原始输入数据矩阵,下述:

$$\begin{pmatrix} 0.5 & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & 0.5 & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & 0.5 & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & 0.5 \end{pmatrix}$$

其有下述性质:

- ✓ $n \times n$ 阶, 数字全部介于 0.1 ~ 0.9 之间, 数字越大表示越重要
- ✓ $a_{ii} = 0.5, \forall i \in N$
- ✓ $a_{ij} + a_{ji} = 1, a_{ij} \geq 0, \forall i, j \in N (i \neq j)$

2. 数据标度

数据标度指描述两两因素之间的相对重要程度, 如下表格:

数据标度表格

标度	定义	说明
0.5	同等重要	两元素相比较, 同等重要
0.6	稍微重要	两元素相比较, 一元素比另一元素稍微重要
0.7	明显重要	两元素相比较, 一元素比另一元素明显重要
0.8	重要得多	两元素相比较, 一元素比另一元素重要得多
0.9	极端重要	两元素相比较, 一元素比另一元素极端重要
0.1, 0.2, 0.3, 0.4	反比较	若元素 a_i 与元素 a_j 相比较得到判断 R_{ij} , 则元素 a_j 与元素 a_i 相比较得到的判断为 $R_{ji} = 1 - R_{ij}$

3. 权重计算

对于模糊互补判断矩阵, 求解判断矩阵权重的公式如下:

$$W_i = \frac{\sum_{j=1}^n a_{ij} + \frac{n}{2} - 1}{n(n-1)}, i \in N$$

4. 一致性检验

对于用上述公式所求得的权重值需要检验其一致性, 我们用模糊判断矩阵的相容性来检验其一致性原则。运用上式得出模糊判断矩阵 A 的权重向量 $W = (W_1, W_2, \dots, W_n)^T$, 且 $\sum_{i=1}^n W_i = 1, W_i \geq 0 (i \in N)$ 。

构造特征矩阵元素为:

$$W_{ij} = \frac{W_i}{W_i + W_j}, \forall i, j \in n$$

则判断矩阵 A 的特征矩阵为:

$$W = (W_{ij})_{n \times n}$$

对于决策者的态度 α , 当满足下式:

$$I(A, W) = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |a_{ij} + W_{ji} - 1| \leq \alpha$$

此时判断矩阵为满意一致性。 α 越小, 表明决策者对模糊判断矩阵的一致性要求越高, 一般可取 $\alpha=0.1$ 。

参考文献

【1】 The SPSSAU project (2024). SPSSAU. (Version 24.0) [Online Application Software]. Retrieved from <https://www.spssau.com>.

【2】 张吉军. 模糊层次分析法(FAHP)[J]. 模糊系统与数学, 2000. DOI:CNKI:SUN:MUTE.0.2000-02-015.