

## 灰色关联法算法

## 目录

SPSSAU 操作 .....	2
SPSSAU 数据格式 .....	2
算法 .....	3
1. 确定序列数据 .....	3
2. 数据量纲化 .....	3
3. 计算灰色关联系数 .....	3
4. 计算灰色关联度 .....	4
5. 排序 .....	4
广义关联度 .....	4
1. 关于绝对关联度 .....	4
2. 关于相对关联度 .....	4
3. 关于综合关联度 .....	5
参考文献 .....	5

灰色关联法是一种用于分析和评估不同因素之间关系的定量方法，广泛应用于经济、管理、工程等领域。其基本原理是通过比较母序列（参考序列）与特征序列（比较序列）之间的几何形状相似程度来判断它们的关联程度。其位于 SPSSAU-» 综合评价-» 灰色关联法。

SPSSAU 操作

开始分析

广义关联  
 指标权重

保存过程值

💡

量纲化方式 ▾
分辨系数默认0.5

参考值(母序列) [可选]

标签 [可选]

分别将特征序列和母序列拖拽至右侧框，然后‘开始分析’即可，如果有标签项，也可将标签项拖拽至对应框中。SPSSAU 中涉及 5 项参数，分别如下：

- ✓ 量纲化方式：SPSSAU 提供两种量纲化处理方式，均值化和初值化，默认是不进行量纲化处理。
- ✓ 分辨系数：默认参数值是 0.5，可自行输入。
- ✓ 广义关联：默认不选中，如果选中则输出广义关联分析结果。
- ✓ 指标权重：如果特征序列有着自身的权重值，则可点击该参数然后设置权重，在计算灰色关联度时则加权计算后得到关联度，默认不选中，此时各指标的权重值均为 1。
- ✓ 保存过程值：如果选中该项，此时会输出灰色关联系数，其会保存为新的标题来标识，标题名称类似为 “Grey\_\*\*\*\*\_\*\*\*\*”

SPSSAU 数据格式

	1	2	3			
	A	B	C	D	E	F
1	样本编号	母序列	特征序列1	特征序列2	特征序列3	特征序列4
2	1					
3	2					
4	3					
5	4					
6	5					
7						
8						
9						

灰色关联法研究数据之间的关联程度，即特征序列与母序列的关联性情况。母序列单独使用一列标识，每个特征序列都使用 1 列标识。图中样本编号只是个编号无实际意义，用于标识下样本的 ID 号，分析时并不需要使用，当然也可将该项拖拽放入‘标签’项框中。

## 算法

### 1. 确定序列数据

首先，确定需要分析的数据，包括母序列和特征序列。

### 2. 数据量纲化

对原始数据进行量纲化处理，以消除量纲的影响。此处可下拉选择 SPSSAU 的参数值，SPSSAU 提供两种量纲处理方式，分别是均值化和初值化。

均值化公式为：

$$\frac{x}{\bar{x}}$$

$\bar{x}$ 表示平均值，均值化时，分子是 X 值，分母是 X 值的平均值，其意义为平均值的倍数，均值化通常仅针对全部均大于 0 的数字。

初值化公式为：

$$\text{初值化: } \frac{x}{x_0}, x_0 \text{ 表示初值}$$

初值化时，分母 $x_0$ 为原始数据的第 1 个值，通常其意义为比如 2000 年的 GDP，其余 2000 后的 GDP 数据与 2000 年进行对比，处理后意义为 2000 年 GDP 的倍数，初值化通常仅针对全部均大于 0 的数字。

**提示：**如果研究者需要进行其它量纲处理，比如标准化处理等，可使用 SPSSAU-» 数据处理-» 生成变量功能。

### 3. 计算灰色关联系数

首先计算特征序列分别与母序列的差值绝对值，其计算公式如下：

$$\Delta_{ij} = |x'_i - x'_j|$$

计算母序列与特征序列之间的关联度。灰色关联度的计算公式为：

$$\xi_{ij} = \frac{\Delta_{\min} + \rho\Delta_{\max}}{\Delta_{ij} + \rho\Delta_{\max}}$$

其中：

$\xi_{ij}$ 是母序列与特征序列的关联系数。

$\Delta_{ij}$ 是母序列与特征序列的差异。

$\Delta_{\min}$ 是所有差异中的最小值。

$\Delta_{\max}$ 是所有差异中的最大值。

$\rho$ 是分辨系数，通常取值在[0,1]之间，常取0.5，也可自行在 SPSSAU 中设置该参数值。

#### 4. 计算灰色关联度

对于每个特征序列，计算其与母序列的关联度的平均值：

$$\bar{\xi}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_{ij} \times W_j$$

其中， $n$ 是特征序列的数量。 $W_j$ 表示设置的权重，默认情况下不设置该值全部均为1，如果设置，SPSSAU 会先对设置的权重值进行归一化处理，然后代入计算。

#### 5. 排序

根据计算得到的平均关联度 $\bar{\xi}_j$ 对比较序列进行排序，值越大表示关联性越强。

### 广义关联度

#### 1. 关于绝对关联度

第1步：始点零像化；

始点零像化指以序列为单位，分别减去数据中第1个数字，始点零像化目的为量纲处理，处理后第1行数据全部均为0。

第2步：计算 $s_0$ 和 $s_1$ ；

接着计算 $s_0$ 和 $s_1$ ，二者计算公式完全相同。区别在于 $s_0$ 针对母序列数据计算， $s_1$ 针对特征序列进行计算，公式如下：

$$s_0 = \sum_{k=1}^{n-1} x(k) + \frac{1}{2}x(n)$$

$$s_1 = \sum_{k=1}^{n-1} x(k) + \frac{1}{2}x(n)$$

上式中 $n$ 表示分析样本量。公式的简单理解为前 $n-1$ 个数字相加，并且加上最后1个数字乘以0.5。

第3步：计算绝对关联度。

绝对关联度的计算公式如下，其涉及对 $s_0$ 和 $s_1$ 先取绝对值，然后公式计算，如下：

$$\xi(k) = \frac{1 + |s_0| + |s_1|}{1 + |s_0| + |s_1| + |s_1 - s_0|}, k \text{ 为样本编号}$$

#### 2. 关于相对关联度

第1步：初值化处理；

第2步：始点零像化；

第3步：计算 $s_0$ 和 $s_1$ ；

第4步：计算绝对关联度。

相对关联度与绝对关联度的区别在于，相对关联度的第1步是‘初值化处理’，即序列数据分别除以该序列的第1个数字，其目的在于进行量纲化处理。接着第2、3、4步，分别与绝对关联度的第1、2、3步一致，此处不再赘述。

### 3. 关于综合关联度

得到绝对关联度和相对关联度后，可将二者进行加权综合，得到综合关联度，综合关联度计算公式如下：

综合关联度 =  $\rho \times$  绝对关联度 +  $(1 - \rho) \times$  相对关联度， $\rho$  表示权重系数值默认0.5

综合关联度为绝对关联度与相对关联度的加权计算值，通常情况下绝对关联度的权重系数值为0.5，可自行改变该值后重新计算。

### 参考文献

【1】 The SPSSAU project (2024). SPSSAU. (Version 24.0) [Online Application Software]. Retrieved from <https://www.spssau.com>.

【2】 周俊,马世澎. SPSSAU 科研数据分析方法与应用.第1版[M]. 电子工业出版社,2024.

【3】 郭秀云. 灰色关联法在区域竞争力评价中的应用[J]. 统计与决策, 2004(11):55-56.

【4】 灰色关联法和层次分析法在盆栽多头小菊株系选择中的应用[J]. 中国农业科学, 2012, 45(17):3653-3660.