

malmquist 指数算法

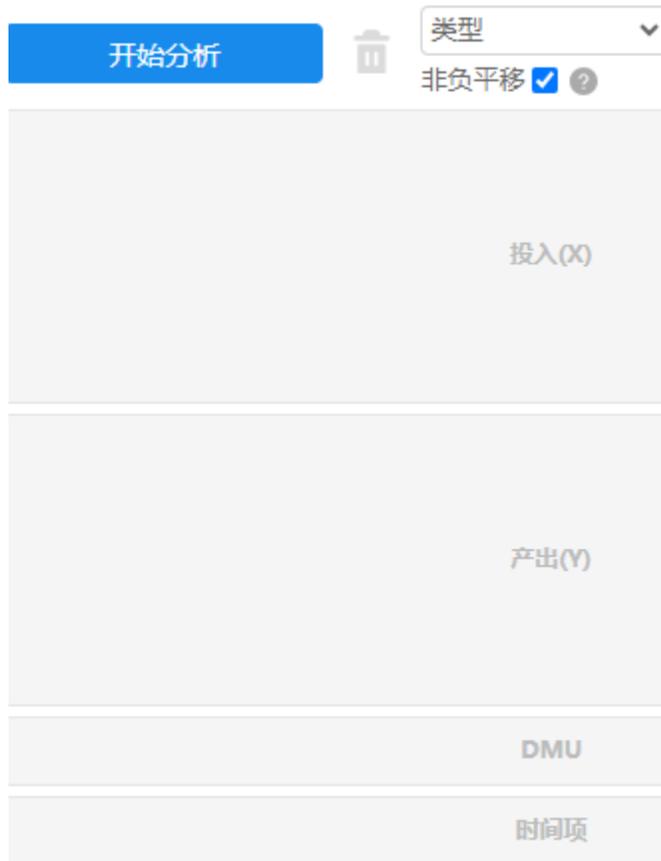
目录

SPSSAU 操作	2
SPSSAU 数据格式	3
算法	3
1. 确定决策单元 (DMUs)	3
2. 计算距离函数	3
3. 计算 Malmquist 指数	4
4. 分解 Malmquist 指数	4
5. 模型求解	4
参考文献	4

Malmquist 生产率指数是一种用于测量生产单元在不同时期的生产率变化情况的指数，它通过比较不同时期的距离函数来计算生产率的变化。其位于 SPSSAU-» 综合评价-» malmquist 指数。

SPSSAU.COM

SPSSAU 操作



The image shows a configuration interface for SPSSAU analysis. At the top left is a blue button labeled '开始分析' (Start Analysis). To its right is a trash icon and a dropdown menu labeled '类型' (Type) with a downward arrow. Below the dropdown is a checkbox labeled '非负平移' (Non-negative shift) which is checked, followed by a question mark icon. The main area consists of four stacked, light gray rectangular boxes with rounded corners, labeled from top to bottom: '投入(X)' (Input (X)), '产出(Y)' (Output (Y)), 'DMU', and '时间项' (Time item). A large, faint watermark 'SPSSAU' is visible diagonally across the right side of the interface.

将分析项，包括投入项 X，产出项 Y，DMU 和时间项拖拽至右侧框然后‘开始分析’即可。SPSSAU 中涉及两项参数，分别是类型和非负平移。

类型：默认为 BCC（VRS, Variable Returns to Scale），可选为 CCR 类型（CRS, Constant Returns to Scale）。

非负平移：选中该参数后，以列为单位，如果某列数据出现小于等于 0，此时平移单位为：最小值的绝对值+0.01，此参数保证数据均为正数可正常计算。

SPSSAU 数据格式

	A	B	C	D	E	F	G
1	year	DMU	输入1	输入2	输出1	输出2	输出3
2	2010	1	8	2	7	7	6
3	2010	2	8	5	11	10	7
4	2010	3	5	3	6	4	12
5	2010	4	7	6	10	10	6
6	2010	5	8	3	5	2	10
7	2010	6	3	5	6	2	9
8	2010	7	10	3	6	3	3
9	2010	8	11	3	4	12	8
10	2010	9	4	9	6	9	4
11	2010	10	7	10	7	7	7
12	2010	11	8	12	10	6	6
13	2010	12	8	5	11	2	9
14	2011	1	10	12	5	10	8
15	2011	2	11	4	5	10	6
16	2011	3	6	2	11	9	9
17	2011	4	9	4	7	6	10
18	2011	5	9	10	1	9	8
19	2011	6	1	6	9	8	10
20	2011	7	3	7	2	12	9

malmquist 指数需要平衡面板数据格式，比如 10 年，每年有 20 个 DMU，那么则为 $10 \times 20 = 200$ 行数据。

算法

1. 确定决策单元 (DMUs)

首先确定好投入和产出变量数据。投入变量表示生产过程中使用的资源，产出变量表示生产的产品或服务。

2. 计算距离函数

对于每个生产单元在每个时期，计算其相对于当期技术和前期技术的距离函数。距离函数可以使用 DEA 模型来计算，距离函数可以定义为：

$$d_0^t(x_i^t, y_i^t) = \min\{\theta | (x_i^t/\theta, y_i^t) \in P^t\}$$

$$d_0^{t+1}(x_i^{t+1}, y_i^{t+1}) = \min\{\theta | (x_i^{t+1}/\theta, y_i^{t+1}) \in P^{t+1}\}$$

其中：

x_i^t 和 x_i^{t+1} 分别为时期 t 和 $t+1$ 的投入

y_i^t 和 y_i^{t+1} 分别为时期 t 和 $t+1$ 的产出

P^t 和 P^{t+1} 分别为时期 t 和 $t+1$ 的生产可能性集

3. 计算 Malmquist 指数

Malmquist 生产率指数定义为：

$$TFP = M_0(y_{t+1}, x_{t+1}, y_t, x_t) = \left[\frac{d_0^t(x_{t+1}, y_{t+1})}{d_0^t(x_t, y_t)} \times \frac{d_0^{t+1}(x_{t+1}, y_{t+1})}{d_0^{t+1}(x_t, y_t)} \right]^{1/2}$$

其中：

$d_0^t(X_{t+1}, Y_{t+1})$ ： t 时期的生产可能性边界为标准的 $t+1$ 的距离函数

$d_0^{t+1}(X_t, Y_t)$ ： $t+1$ 时期的生产可能性边界为标准的 t 的距离函数

TFP ：即 Malmquist TFP 指数， $TFP > 1$ 表示生产率提高， $TFP < 1$ 表示生产率下降， $TFP = 1$ 表示生产率保持不变

4. 分解 Malmquist 指数

Malmquist 指数可以进一步分解为技术进步（Technical Progress Change，TC）和技术效率变化（Technical Efficiency Change，EC），如下：

$$TFP = EC \times TC$$

其中：

$$EC = \frac{d_0^{t+1}(x_i^{t+1}, y_i^{t+1})}{d_0^t(x_i^t, y_i^t)}$$

$$TC = \left[\frac{d_0^t(x_i^t, y_i^t)}{d_0^{t+1}(x_i^t, y_i^t)} \times \frac{d_0^t(x_i^{t+1}, y_i^{t+1})}{d_0^{t+1}(x_i^{t+1}, y_i^{t+1})} \right]^{1/2}$$

$TC > 1$ 表示技术进步，反之意味着技术衰退

$EC > 1$ 意味着技术效率提升，反之意味着技术效率衰退

EC 指数又可以进一步分解为规模效率变化指数（Scale Efficiency Change, SEC）和纯技术效率变化指数（Pure Technical Efficiency Change, PEC），如下：

$$EC = SEC \times PEC$$

$$SEC = \frac{SEC_0^{t+1}(X_{t+1}, Y_{t+1})}{S_0^t(X_t, Y_t)}$$

$$PEC = \frac{d_0^{t+1}(X_{t+1}, Y_{t+1}/v)}{d_0^t(X_t, Y_t/v)}$$

5. 模型求解

SPSSAU 借助 MIP 包进行数学求解计算。

参考文献

【1】 The SPSSAU project (2024). SPSSAU. (Version 24.0) [Online Application Software]. Retrieved from <https://www.spssau.com>.

【2】 MIP: Mixed Integer Programming in Python(Version 1.15.0). GitHub. <https://github.com/coin-or/python-mip>.

【3】 PuLP: A Linear Programming Toolkit for Python (Version 2.6.0). Available at: <https://github.com/coin-or/pulp>.

spssau.com