

Word 算法手册文档：<https://pubimage.spssau.com/algoword/markov.docx>

马尔可夫预测算法

目录

SPSSAU 操作.....	2
SPSSAU 数据格式.....	3
算法.....	3
1. 准备数据.....	3
2. 构建转移概率矩阵.....	3
3. 初始状态矩阵.....	3
4. 迭代计算.....	3
参考文献.....	3

马尔可夫预测是一种基于马尔可夫过程的预测方法，通常用于时间序列数据的建模和预测。其位于 SPSSAU-» 综合评价-» 马尔可夫预测。

SPSSAU 操作

数据格式

收敛条件

请编辑‘初始概率值’和‘状态转移矩阵’，可粘贴 (Ctrl+V) 数据 (或修改)。🔗 清空

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	初始概		状态1	状态2	状态3						
2	0.3	状态1	0.4	0.3	0.3						
3	0.4	状态2	0.2	0.7	0.1						
4	0.3	状态3	0.5	0.25	0.25						
5											
6											
7											
8											
9											
10											

[开始分析](#)

将数据粘贴（或编辑）到数据框，然后‘开始分析’即可。SPSSAU 中涉及两项参数，分别是‘数据格式’和‘收敛条件’。

数据格式：SPSSAU 支持两种数据格式，分别是‘状态转移矩阵’和‘状态数据’。

- ✓ ‘状态转移矩阵’要求提供‘初始概率值’和‘状态转移矩阵’；
- ✓ ‘状态数据’则需要提供‘初始概率值’和‘原始状态数据’，系统会结合‘原始状态数据’自动计算出‘状态转移矩阵’，进而进行模型预测。关于‘原始状态数据’：其指类似‘121313113’的状态数据。比如数字 123 分别代表 A、B 和 C，121313113 指：A->B->A->C->A->C->A->A->C,来回这样的转移，系统会结合这样的转移计算出 3 种状态（A、B 或 C）的‘状态转移矩阵’。

收敛条件：迭代的停止条件，SPSSAU 默认是 0.001，即误差小于千分之 1（即来回变化不会高于千分之 1 时），此时模型停止计算，可选为 0.0001，0.00001 或 0.01。

SPSSAU 数据格式

初始概率值		状态1	状态2	状态3
0.3	状态1	0.4	0.3	0.3
0.4	状态2	0.2	0.7	0.1
0.3	状态3	0.5	0.25	0.25

上图为默认的‘状态转移矩阵’格式数据，上图中数据为3个状态，则需要提供3个初始概率值，并且提供3*3的状态转移矩阵。

如果是‘状态数据’，则需要选择对应的分析数据，系统会自动根据分析数据识别出不同的状态，研究者还需要输入状态对应的初始概率值即可。

算法

1. 准备数据

首先定义系统的状态，列出所有可能的状态。收集数据，记录系统在不同时间点的状态变化，以便构建转移概率矩阵。

2. 构建转移概率矩阵

根据历史数据，计算状态之间的转移概率。转移概率矩阵 P 定义为：

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{n1} & P_{n2} & \dots & P_{nn} \end{bmatrix}$$

图中共有 n 个状态，其中 P_{ij} 表示从状态 i 转移到状态 j 的概率。

3. 初始状态矩阵

设定初始状态向量 $\pi(0)$ ，表示在初始时刻各状态的概率，即初始状态矩阵：

$$\pi(0) = \begin{bmatrix} \pi_1(0) \\ \pi_2(0) \\ \vdots \\ \pi_n(0) \end{bmatrix}$$

4. 迭代计算

使用转移概率矩阵 P 计算未来状态向量 $\pi(t)$ ，公式为： $\pi(t) = \pi(0)P^t$ ，其中 P^t 表示转移概率矩阵 P 的 t 次幂，计算 $\pi(t)$ 与 $\pi(t-1)$ 的差值，并且进行迭代循环，直至差值小于收敛条件标准值，并且记录的 $\pi(t)$ 和 $\pi(t+1)$ ， $\pi(t+1)$ 用于进一步验证迭代是否达到收敛标准。

参考文献

[1] The SPSSAU project (2024). SPSSAU. (Version 24.0) [Online Application Software]. Retrieved from <https://www.spssau.com>.

【2】 周俊,马世澎. SPSSAU 科研数据分析方法与应用.第 1 版[M]. 电子工业出版社,2024.

【3】 A. A. Markov (1971). "Extension of the limit theorems of probability theory to a sum of variables connected in a chain". reprinted in Appendix B of: R. Howard. Dynamic Probabilistic Systems, volume 1: Markov Chains. John Wiley and Sons.

【4】 E. Nummelin. "General irreducible Markov chains and non-negative operators". Cambridge University Press, 1984, 2004. ISBN 0-521-60494-X.