

方差算法

目录

SPSSAU 数据格式.....	2
计算公式.....	2
1. 整体说明.....	2
2. 方差 anova.....	2
3. 方差齐(Levene 检验).....	3
4. Welch anova.....	3
5. Brown-Forsythe anova.....	3
6. 效应量 Effect size.....	4
参考文献.....	4

方差分析研究多组数据之间的差异情况，在 SPSSAU 中支持：

- ✓ 批量对‘标题’进行分析；
- ✓ 支持 Levene 检验进行方差齐性检验；
- ✓ 支持 Welch anova 和 Brown-Forsythe anova；
- ✓ 提供效应量包括偏 Eta 方和 Cohen f 效应量指标等。



该截图展示了 SPSSAU 平台上的方差分析操作界面。顶部有一个蓝色的“开始分析”按钮，旁边是一个垃圾桶图标。右侧是一个下拉菜单，当前显示为“方差分析”，并带有一个问号帮助图标。下方是一个浅灰色的输入框，分为上下两部分：上半部分标有“X(定类)”，下半部分标有“Y(定量)”。

默认是进行方差分析，通过下拉参数可选择方差齐检验（Levene 检验）、Welch anova 或 Brown-Forsythe anova。

SPSSAU 数据格式

X	Title1	Title2	Title3
One	2.322419	6.967302	5.320926
One	1.460102	7.788865	4.654744
One	0.67966	5.844251	4.89178
One	2.091607	3.403996	2.259189
Two	2.468932	2.607069	4.334119
Two	8.593319	0.401968	2.086177
Two	6.158132	4.562508	4.326999
Two	0.735067	9.934319	2.176118
Three	4.860721	5.656005	7.034336
Three	0.169172	3.969032	6.05344
Three	7.07322	2.225132	2.816969
Three	5.690949	6.697761	8.573067

比如上图中 X 为 3 个组别，需要研究 3 个组别对于 3 个 title 的差异关系。

计算公式

1. 整体说明

方差分析通常需要满足正态性和方差齐性要求，但考虑到方差分析具有较高的稳健性，因而有时对该两个前提条件的关注度不高。SPSSAU 有单独提供方差齐性检验 (Levene 检验)，与此同时，当方差不齐时，可考虑使用 Welch anova 或 Brown-Forsythe anova，也可考虑使用非参数检验。分别如下：

2. 方差 anova

计算每个组的均值 \bar{X}_i 和总均值 \bar{X} 。

组间平方和 (SSB)

$$SSB = \sum_{i=1}^k n_i (\bar{X}_i - \bar{X})^2$$

k : 组别个数

n_i : 第 i 个组别的样本量

组内平方和 (SSW)

$$SSW = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2$$

组间自由度: $df_B = k - 1$

组内自由度: $df_W = N - k$, 其中 N 是总样本量

组间均方 (MSB)

$$MSB = \frac{SSB}{df_B}$$

组内均方 (MSW)

$$MSW = \frac{SSW}{df_w}$$

计算 F 统计量

$$F = \frac{MSB}{MSW}$$

3. 方差齐(Levene 检验)

计算中心化偏差：对于每个组 i ，计算观测值与该组均值的偏差：

$$Z_{ij} = |X_{ij} - \bar{X}_i|$$

其中， X_{ij} 是第 i 组的第 j 个观测值， \bar{X}_i 是第 i 组的均值

计算每组的绝对偏差均值：

$$\bar{Z}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} Z_{ij}$$

计算 Levene 统计量：使用绝对偏差均值进行单因素方差分析，计算 Levene 统计量

4. Welch anova

$$Welch F = \frac{\sum_{i=1}^k w_i (\bar{x}_i - \hat{\mu})^2 / (k - 1)}{1 + [2(k - 2) / (k^2 - 1)] \sum_{i=1}^k h_i}$$

其中：

k ：组别个数

n_i ：第 i 个组别的样本量

$$w_i = \frac{n_i}{s_i^2}$$

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^k w_i \hat{x}_i}{W}$$

$$h_i = \frac{(1 - w_i/W)^2}{n_i - 1}$$

$$W = \sum_{i=1}^k w_j$$

Welch F 服从 F 分析，自由度：

$$df1 = k - 1$$

$$df2 = \frac{k^2 - 1}{3 \sum_{i=1}^k h_i}$$

5. Brown-Forsythe anova

$$Brown F = \frac{SS_B}{\sum_i (1 - \frac{n_i}{N}) s_i^2}$$

$$SS_B = \sum_i n_i (\bar{x}_i - \bar{x})^2$$

其中:

k : 组别个数

n_i : 第 i 个组别的样本量

s_i^2 : 第 i 个组别的标准差

N : 总样本量

Brown F 服从 F 分析, 自由度:

$$df1 = k - 1$$

$$df2 = \frac{l}{\sum_i \left(\frac{m_i^2}{n_i - 1} \right)}$$

$$m_i = \frac{\left(1 - \frac{n_i}{N} \right) s_i^2}{\sum_i \left(1 - \frac{n_i}{N} \right) s_i^2}$$

6. 效应量 Effect size

$$\text{Partial } \eta^2 = \frac{SSB}{SSB + SSW}$$

$$\text{Cohen } f = \sqrt{\frac{\text{Partial } \eta^2}{1 - \text{Partial } \eta^2}}$$

参考文献

- 【1】 The SPSSAU project (2024). SPSSAU. (Version 24.0) [Online Application Software]. Retrieved from <https://www.spssau.com>.
- 【2】 Real Statistics Using Excel: Welch's ANOVA Test. Available at: Real Statistics.
- 【3】 Brown, M. B. , & Forsythe, A. B. . Taylor & francis online :: robust tests for the equality of variances - journal of the american statistical association - volume 69, issue 346. Taylor & Francis.
- 【4】 Cohen J .Statistical power analysis for the behavioral[J].The Sciences, 1988.
- 【5】 周俊,马世澎. SPSSAU 科研数据分析方法与应用.第 1 版[M]. 电子工业出版社,2024.